Akademija strukovnih studija Beograd
Visoka turistička škola

OSNOVI RAČUNARSTVA

05 Brojevni sistemi

PREDAVAČ:
Miloš Nicić

verzija 3.0

Namenjeno studentima koji uče po udžbeniku autora

Pre početka

Danas učimo o različitim sistemima brojeva. Razmislite najpre kako biste rešili sledeću matematičku zagonetku...

Šta mislite, koje bi bilo rešenje za sledeću pitalicu:

3 + 5 = 10

6 + 7 = ?

Kako je ovo uopšte moguće?

Saznaćemo kasnije.

Tipovi

Postoje dva tipa numeričkih (brojevnih) sistema.

- NEPOZICIONI
- POZICIONI

Nepozicioni sistemi

Ovo su sistemi kod kojih svaka cifra ima istu vrednost, bez obzira gde se nalazi. Vrednost broja se obično dobija prostim sabiranjem i eventualno oduzimanjem.

Najpoznatiji ovakav sistem brojeva su **rimski brojevi**. Npr:

CLXIX

Koja je vrednost ovog broja, ako znamo da je:

C = 100
L = 50
X = 10
I = 1

Nepozicioni sistemi

Rimski brojevi

CLXIX

cifre sabiramo, a ako je manja ispred veće, ona se oduzima:

100 + 50 + 10 + (10-1)

vrednost ovog broja je

169

Nepozicioni sistemi

Šta u stvari znači ovo "nepozicioni"?

Svaka cifra uvek vredi isto, bez obzira gde se nalazi:

CLXIX

I prvo i drugo **X** uvek vrede **10**, bez obzira na poziciju unutar broja.

Pozicioni sistemi

Kakva je razlika u odnosu na nepozicione?

Kod pozicionih sistema je drugačije - vrednost cifre zavisi od njenog mesta u broju:

333

3 na poziciji za **stotine** vredi 300
3 na poziciji za **desetice** vredi 30
3 na poziciji za **jedinice** vredi 3

Pozicioni sistemi

Računanje vrednosti broja u dekadnom sistemu.

Kako dolazimo do vrednosti broja na osnovu vrednosti cifre i njene pozicije u broju?

2738

Već znamo da je to:

2000 + 700 + 30 + 8

A ako odvojimo cifre od njihovih pozicija dobijamo:

2*1000 + 7*100 + 3*10 + 8*1

Ovi brojevi 10, 100, 1000... nisu slučajno dobijeni. Oni su u stvari:

$$2*10^3 + 7*10^2 + 3*10^1 + 8*10^0$$

Dekadni sistem

Ovo su brojevi koje koristimo u svakodnevnom životu.

Pogledajmo jednu cifru:

$$2*10^3$$

Ovde sve ima značenje:

2 je **vrednost same cifre**

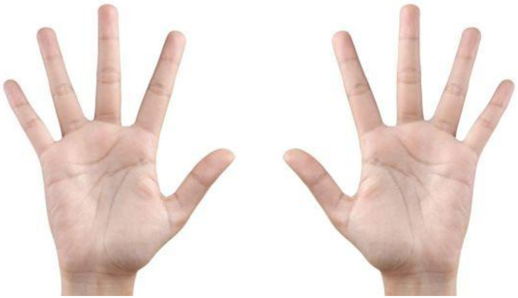
10 je **osnova brojevnog sistema**

3 je **pozicija cifre**

Dekadni sistem

Šta je to osnova sistema?

Osnova dekadnog sistema je broj 10 - za nas je to "prirodno" okrugao broj. Ko bi ga znao zašto...



To takođe znači da u dekadnom sistemu imamo **10 mogućih cifara:**

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 i 9

Dekadni sistem

Šta sa pozicijama cifara?

Pozicije cifara se broje **od mesta za jedinice** i ta pozicija se označava kao **0**:

3	**2**	**1**	**0**	,	**-1**	**-2**

Prema "jačim" ciframa (ulevo) pozicija se povećava: 1, 2, 3, 4...

Prema decimalama (udesno) pozicija se broji negativnim brojevima: -1, -2, -3...

Dekadni sistem

Povezujemo pozicije sa osnovom numeričkog sistema.

Jačina svake cifre po poziciji se dobija kada **osnovu brojevnog sistema stepenujemo pozicijom**:

3	2	1	0	,	-1	-2
10^3	10^2	10^1	10^0		10^{-1}	10^{-2}
1000	100	10	1		0.1	0.01

OVO PRAVILO VAŽI ZA SVE POZICIONE SISTEME!!!

Pozicioni sistemi

Svi pozicioni sistemi funkcionišu na isti način.

U svakom sistemu brojeva, **pozicije se broje na isti način**.

Jedino što se menja je **osnova brojevnog sistema**!

Binarni sistem

Nekada davno, pre nego što su izmišljeni računari...

Nemački matematičar **Gotfrid Lajbnic** se još u 17. veku zapitao kako bi izgledali brojevi ako osnova ne bi bila 10...

Binarni sistem

Kad postoje samo dve cifre.

Zanimalo ga je koja je **najmanja moguća osnova**, odnosno sa koliko najmanje cifara možemo "praviti" brojeve. Odgovor je:

2

To je sistem brojeva koji ima **samo dve cifre**:

0 i 1

Nazvao ga je **BINARNI SISTEM**.

Binarni sistem

Kako računamo vrednost broja?

Koja je vrednost binarnog broja:

1101.01

Sve je isto kao kod dekadnih brojeva, samo se **računa sa osnovom 2**. Pogledajmo tablicu:

3	**2**	**1**	**0**	,	**-1**	**-2**
2^3	2^2	2^1	2^0		2^{-1}	2^{-2}
8	**4**	**2**	**1**		**0.5**	**0.25**

Kad uzmemo cifre broja u obzir:

1*8 + **1***4 + **0***2 + **1***1 + **0***0.5 + **1***0.25

Dakle vrednost ovog broja je **13.25**

Binarni sistem

Kako brojimo?

Brojanje u binarnom sistemu je prilično jednostavno:

0	0	4	100	8	1000	12	1100
1	1	5	101	9	1001	13	1101
2	10	6	110	10	1010	14	1110
3	11	7	111	11	1011	15	1111

Kada se "popune" sve jedinice, "resetuju" se na nule i stavlja se jedinica ispred.

Binarni sistem

Preračunavanje broja iz dekadnog u binarni sistem.

Pretvaranje broja iz dekadnog u binarni sistem se obavlja **uzastopnim deljenjem dekadnog broja brojem 2** (osnovom binarnog sistema) i **beleženjem ostataka tog deljenja**.

Da bismo pojednostavili stvari, od sada ćemo se koncentrisati samo na cele brojeve...

Ostatak deljenja

Podsetnik iz osnovne škole...

Ostatak deljenja postoji u celobrojnom deljenju.

Primer:

17 / 3 = 5 i ostatak **2**

Odakle ova dvojka? Pa 3 se u 17 sadrži **5 puta**, a pošto je 3*5 = 15, do 17 je **ostalo još tih 2**, što se naziva ostatkom deljenja.

Binarni sistem

Primer konverzije broja iz dekadnog u binarni.

Hajde da vidimo kako bismo preračunali dekadni broj

169

169 / 2 = **84**	i ostatak **1**
84 / 2 = **42**	i ostatak **0**
42 / 2 = **21**	i ostatak **0**
21 / 2 = **10**	i ostatak **1**
10 / 2 = **5**	i ostatak **0**
5 / 2 = **2**	i ostatak **1**
2 / 2 = **1**	i ostatak **0**
1 / 2 = **0**	i ostatak **1**

Računanje završavamo kad stignemo do nule. Onda sve **dobijene ostatke** zapišemo od poslednjeg do prvog:

10101001

Binarni sistem

Čemu uopšte maltretiranje sa binarnim brojevima?

Ono što su dekadni brojevi za nas, to su **binarni brojevi za računare**.

Kompjuteri **poznaju samo dva stanja** - da li ima ili nema napona. Što bi rekli - da li u žici ima ili nema struje. Samim tim, sasvim je prirodno da ta dva stanja predstavljaju cifre **0** (isključeno) i **1** (uključeno).

Tako su za računar stepeni dvojke "okrugli" brojevi:
2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512...

Binarni sistem

Comic relief...

Kažu da programeri prepoznaju samo **10** tipova ljudi... one koji **znaju** i one koji **ne znaju binarne brojeve**.

Pozicioni sistemi

Oktalni i heksadekadni!

Matematički gledano, bilo koji broj može biti osnova brojevnog sistema. Ali u računarstvu su značajna samo još dva:

- OKTALNI (osnova **8**)
- HEKSADEKADNI (osnova **16**)

Ovo nije slučajno. Osnove ovih sistema su takođe stepeni dvojke:

8 je 2^3

16 je 2^4

To znači da se "uklapaju" sa binarnim sistemom i da su takođe prilagođeni kompjuteru.

Oktalni sistem

Brzo upoznavanje

Oktalni brojevi za osnovu imaju broj **8**. To znači da se za zapis brojeva koristi **samo 8 cifara**:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 i 7

Hajde da malo brojimo u ovom sistemu:

0	**0**	4	**4**	8	**10**	12	**14**	16	**20**
1	**1**	5	**5**	9	**11**	13	**15**	17	**21**
2	**2**	6	**6**	10	**12**	14	**16**	18	**22**
3	**3**	7	**7**	11	**13**	15	**17**	...	**...**

I sada znamo...

...kako da rešimo zagonetku s početka predavanja

Ako je zadato da je:

3 + 5 = 10

To je moguće jedino ako je sistem brojeva oktalni. Dakle ovo **10** je u stvari **8** zapisano **u oktalnom obliku**.

Pošto sad znamo sa čime imamo posla, nije teško. 6 + 7 = 13, što samo treba prevesti u oktalni sistem. Dakle, rešenje je:

6 + 7 = 15

Pozicioni sistemi

Notacija ili kako da obeležimo brojeve da se ne zbunimo

Ako gledajući zapis broja ne možemo da odredimo u kom sistemu je zapisan, prihvaćeno je da se tada brojevi beleže ovako:

$$(\text{BROJ})_{\text{OSNOVA}}$$

Na primer:

$$(1011)_2$$
$$(122)_{10}$$
$$(72)_8$$

Oktalni sistem

Računanje...

Preračunavanje brojeva je isto kao za binarni sistem, samo **koristimo osnovu 8**. Za oktalni broj:

$$(273)_8$$

Računamo:

$$2*8^2 + 7*8^1 + 3*8^0 =$$

$$2*64 + 7*8 + 3*1 = (187)_{10}$$

Da probamo unazad sa istim brojem, iz dekadnog u oktalni:

187 / 8 = **23**	i ostatak **3**
23 / 8 = **2**	i ostatak **7**
2 / 8 = **0**	i ostatak **2**

Gledajući ostatke, dobijamo:

$$(273)_8$$

Heksadekadni sistem

Najbrže upoznavanje!

Heksadekadni brojevi za osnovu imaju broj **16**, odnosno čitavih **16 cifara**:

0, 1, 2 ... 9, A, B, C, D, E, F

Vrednosti ovih brojeva:

0	**0**	4	**4**	8	**8**	12	**C**	16	**10**
1	**1**	5	**5**	9	**9**	13	**D**	17	**11**
2	**2**	6	**6**	10	**A**	14	**E**	18	**12**
3	**3**	7	**7**	11	**B**	15	**F**	...	**...**

Heksadekadni sistem

Računanje je potpuno isto, samo se koristi osnova 16

Za heksadekadni broj:

$$(2BF)_{16}$$

Računamo:

$$2*16^{2} + 11*16^{1} + 15*16^{0}$$

$$2*256 + 11*16 + 15*1$$

$$(703)_{10}$$

I unazad:

703 / 16 = 43	i ostatak 15
43 / 16 = 2	i ostatak 11
2 / 16 = 0	i ostatak 2

Pošto znamo da su **11=B** i **15=F**, dobijamo broj:

$$(2BF)_{16}$$

Heksadekadni sistem

Programeri obožavaju ove brojeve

Heksadekadni brojevi se **sjajno uklapaju sa binarnim**.
Lakše je preračunavati brojeve između binarnog i heksadekadnog nego između binarnog i dekadnog sistema. Pogledajte:

$$(1011101)_2$$

Broj delimo na **grupe od po 4 cifre**:
(počinjemo sa desne strane)

0101 1101

5 13

$$(5D)_{16}$$

Ovo može i sa oktalnim brojevima (zato što je i osnova 8 stepen broja 2) samo se grupišu po 3 binarne cifre.

Praksa

Bitno da smo shvatili... Danas niko ovo ne računa ručno.

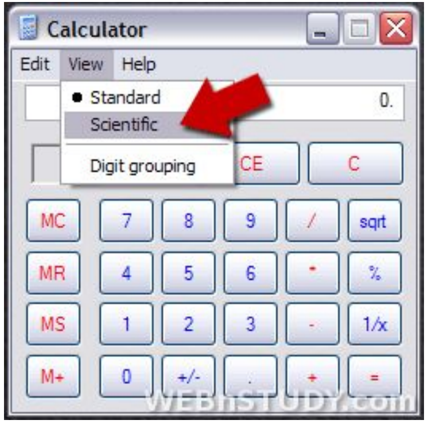
Operativni sistemi uglavnom imaju **kalkulatorski program** u kome je moguće konvertovati brojeve iz jednog sistema u drugi (misli se na četiri sistema sa kojima smo se danas upoznali). Ovi programi obično rade samo sa **celim brojevima**.

NA TESTU SE OČEKUJE DA KORISTITE KALKULATOR

Kalkulator

Prvo biramo odgovarajući prikaz u programu

Na **Windows XP** sistemu to izgleda ovako (biramo **Scientific**):



Za kalkulator koji dolazi uz **Windows 7** (ili noviji), opcija se zove **Programmer**.

Kalkulator

Zatim biramo sistem brojeva iz koga preračunavamo broj

Na primer, ako treba da konvertujemo iz **dekadnog sistema** biramo opciju **DEC**:

Zatim unosimo broj koji treba konvertovati. Na primer **151**.

Kalkulator

Na kraju biramo sistem brojeva u koji se preračunava

Ako treba da konvertujemo broj u **binarni sistem**, samo biramo opciju **BIN**:

Vidimo da je rešenje **10010111**.

Kraj

Hvala na pažnji.

Pisani materijali za ovu lekciju:

http://webnstudy.com/tema.php?id=nepozicioni-sistemi
http://webnstudy.com/tema.php?id=pozicioni-sistemi
http://webnstudy.com/tema.php?id=vrednost-dekadnog-broja
http://webnstudy.com/tema.php?id=konverzija-u-dekadni-sistem
http://webnstudy.com/tema.php?id=konverzija-iz-dekadnog-sistema
http://webnstudy.com/tema.php?id=binarni-i-heksadekadni-brojevi
http://webnstudy.com/tema.php?id=koriscenje-kalkulatora

Sledeća lekcija je

PREDSTAVLJANJE PODATAKA